

УДК 373.5.016:511

Попова Ю.М., Турка Т.В.¹ здобувачка другого (магістерського) РВО за ОП «Середня освіта (Математика)», ДВНЗ «ДДПУ».e-mail: Yuli-p@ukr.net,

ORCID 0000-0002-5246-1349

² кандидат фіз.-мат. наук, доцент кафедри методики навчання математики, фізики та інформатики, ДВНЗ «ДДПУ»e-mail: tvTurka@gmail.com,

ORCID 0000-0001-6445-2223

ЕЛЕМЕНТИ ТЕОРІЇ ЧИСЕЛ В ШКІЛЬНОМУ КУРСІ МАТЕМАТИКИ

У статті розглядаються основні елементи теорії чисел, які включені до шкільного курсу математики. Показано їхню роль у формуванні логічного мислення учнів, розвитку навичок математичного аналізу та обґрунтування. Особливу увагу приділено дидактичним підходам до вивчення натуральних чисел, простих чисел, дільників, кратних, НСД і НСК, а також залишків та ділення з остачею.

Ключові слова: теорія чисел, НСД, НСК, дільники, прості числа, методика викладання, ділення з остачею, залишок.

Вступ

Постановка проблеми. Теорія чисел є найстарішим розділом математики. Відомий учений XIX ст. Л. Кронекер говорив: «Цілі числа створив Господь, все решта – справа рук людських». Теорію чисел часто сприймають як суто теоретичну галузь математики, яка приваблює цікавими задачами з простими та зрозумілими умовами. Проте вона має вагомое практичне значення і знаходить застосування в багатьох важливих сферах сучасного життя.

Теорія чисел є одним із важливих розділів математики, що традиційно входить до шкільної програми. Саме завдяки їй здобувачі отримують перші уявлення про базові математичні поняття, які згодом стають основою для більш складних тем: натуральні й прості числа, кратність, дільники, подільність, способи знаходження найбільшого спільного дільника (НСД) і найменшого спільного кратного (НСК), ділення з остачею та залишки. Хоча ці теми на перший погляд здаються простими, вони мають велике значення для розвитку логічного мислення, вміння аналізувати, робити узагальнення та формувати математичний стиль мислення.

Але ж, теорія чисел це один з розділів математики, який викликає у школярів найбільші труднощі та непорозуміння. Самі початки цієї теорії вивчають у п'ятому класі загальної школи, однак вони дуже швидко залишають голови школярів, оскільки не мають продовження, а завдання на цю тему зустрічаються практично виключно на олімпіадах.

Проте, знати початки теорії чисел досить корисно, особливо тим, хто збирається вчити математику і далі, у закладах вищої освіти. На жаль, є деякі речі, які в школі не проходять, тому що це не потрібно, а в університеті на них не звертають особливої уваги, оскільки вони вважаються дуже простими, шкільними. Наприклад, до таких речей відносяться підхідні дробі.

В умовах реформування шкільної освіти та впровадження компетентнісного підходу постає потреба глибшого осмислення змісту і методів навчання елементів теорії чисел. Цей розділ не лише служить підґрунтям для засвоєння складніших математичних понять у старших класах, а й створює умови для раннього розвитку навичок обґрунтування, роботи з формальною мовою і алгоритмами, що важливо для формування математичної грамотності.

Мета статті – проаналізувати основні елементи теорії чисел у шкільному курсі математики та обґрунтувати їхню роль у розвитку логічного мислення й математичних компетентностей учнів, з урахуванням ефективних дидактичних підходів до вивчення ключових понять.

Основна частина

Актуальність дослідження полягає в необхідності методичного оновлення процесу навчання елементів теорії чисел у шкільному курсі математики. Попри формальну присутність цієї теми в навчальних програмах, на практиці вона часто викладається як набір окремих фактів і правил без достатнього змістовного аналізу та зв'язку з розвитком мислення учнів. Сучасні освітні реалії вимагають не лише оновлення змісту, а й впровадження ефективних дидактичних підходів, які сприяють глибшому розумінню математичних понять і їх практичному застосуванню.

Вивчення теорії чисел у шкільному курсі має значний потенціал у формуванні ключових компетентностей учнів, зокрема математичної, логічного та критичного мислення, здатності до аналізу інформації, аргументованих висновків. Саме тому обґрунтування дидактичної цінності цієї теми, розробка ефективних методик її викладання та пошук оптимальних форм подання навчального матеріалу є актуальним і важливим напрямом методичної науки.

Як зазначають, Мазур О. та Ніколаєва О., розділ теорії чисел містить багатий матеріал для шкільних математичних олімпіад. Шкільні олімпіади з математики є важливим засобом виховання і розвитку у школярів інтересу до математики. Підготовка учнів до олімпіад різного рівня (шкільного, міського тощо) є важливою частішою роботи вчителя [1].

Для успішного оволодіння основами теорії чисел, необхідними для розв'язання олімпіадних задач, рекомендуємо звернутися до класичного видання І.М. Виноградова. Ця книга є перевіреним ресурсом, що вирізняється стислістю та ефективністю подачі матеріалу. Для школярів

достатнім є освоєння початкових розділів, що забезпечує швидке набуття компетенцій для вирішення практичних задач. [2].

Теорія чисел може бути ефективно використана для розв'язання широкого спектра математичних задач шкільного курсу, допомагаючи учням краще оволодіти основами математики та розвинути аналітичні здібності. Вивчення відповідного матеріалу потребує глибшої деталізації та більшої інтеграції у шкільний курс математики не тільки у класах з поглибленим її вивченням [3].

Також, основні поняття теорії подільності чисел використовуються в розв'язуванні широкого кола задач шкільної математики. Водночас розв'язування задач на подільність сприяє розвитку пізнавальних процесів учнів (різні види пам'яті, увагу, аналітичне та логічне мислення учнів тощо), формуванню наукового підходу до математики, виникненню у школярів інтересу до теорії чисел [4].

Розглянемо більш детально актуальні причини включення елементів теорії чисел у шкільний курс математики.

По-перше, опрацювання тем, пов'язаних із подільністю чисел, простими числами, знаходженням НСД та НСК, сприяє розвитку логічного мислення учнів.

Стаття Ковальової К.Д. та Турки Т.В. присвячена дослідженню проблеми використання нестандартних методів на уроках математики в основній школі, а саме окреслено актуальність дидактичних ігор та ігрових елементів, які будуть дуже корисними при засвоєнні понять подільності чисел, знаходженням НСД та НСК [5].

У процесі виконання відповідних завдань учні залучаються до аналізу числових даних, встановлення логічних зв'язків між математичними поняттями, формулювання та обґрунтування висновків. Такі види діяльності стимулюють формування навичок раціонального міркування, аргументованого доведення та побудови алгоритмів розв'язання. З методичної точки зору, доцільно використовувати завдання аналітичного та проблемного характеру, що вимагають від учнів глибшого осмислення математичних зв'язків, а не лише формального застосування правил. Це сприяє більш усвідомленому засвоєнню матеріалу й формуванню ключових компетентностей, зокрема – логіко-математичної.

По-друге, опанування основ теорії чисел є важливим етапом підготовки учнів до поглибленого вивчення математики. Формування стійких знань з питань подільності, простих чисел, НСД і НСК закладає міцне підґрунтя для подальшого освоєння складніших математичних тем у старшій школі та в закладах вищої освіти. Зокрема, вивчення цих понять сприяє більш ефективному засвоєнню таких розділів, як алгебра, дискретна математика, комбінаторика, теорія графів, а також основ криптології.

З методичної точки зору, доцільним є впровадження міжпредметних зв'язків і завдань, що демонструють практичне застосування теоретико-числових знань, зокрема в сучасних інформаційних технологіях, що мотивує учнів до глибшого й усвідомленого засвоєння матеріалу.

Щодо формування дослідницьких навичок, то вивчення елементів теорії чисел створює сприятливі умови для розвитку дослідницьких навичок, оскільки ця галузь математики містить багато цікавих задач, відкритих проблем і гіпотез, доступних для аналізу на різних рівнях складності. Залучення учнів до дослідницької діяльності – шляхом спостереження за числовими закономірностями, висування та перевірки гіпотез, самостійного формулювання задач – сприяє розвитку критичного мислення, уміння аналізувати та узагальнювати інформацію.

З методичної точки зору, ефективним є використання елементів проєктної діяльності, евристичних бесід, математичних досліджень, а також включення у зміст уроків завдань відкритого типу, які не мають однозначного способу розв'язання. Такий підхід активізує пізнавальну діяльність учнів, розвиває інтерес до математики як науки та формує позитивну мотивацію до навчання.

Якщо говорити про поглиблення розуміння фундаментальних математичних концепцій, то опанування властивостей чисел, зокрема в контексті теорії чисел, сприяє глибшому усвідомленню учнями структури числового ряду, взаємозв'язку між арифметичними діями та закономірностями, що з них випливають. Таке навчання не лише формує знання про подільність, прості та складені числа, НСД і НСК, а й допомагає учням побачити внутрішню логіку математичної системи.

З методичної точки зору, вивчення цих тем доцільно поєднувати з візуалізацією числових структур, побудовою схем, таблиць та числових моделей, що дозволяє учням краще сприймати абстрактні поняття. Такий підхід забезпечує більш цілісне формування математичної компетентності, оскільки поглиблює розуміння базових концепцій, які є основою для подальшого навчання математики.

І, нарешті, з точки зору практичного застосування. Теоретико-числові знання мають не лише академічну цінність, а й широке практичне застосування у сучасному світі. Зокрема, такі поняття, як прості числа, подільність, залишки від ділення, НСД і НСК, активно використовуються в галузях інформаційних технологій, зокрема – у криптографії, кодуванні та захисті інформації, а також у програмуванні та комп'ютерній безпеці.

З методичної точки зору, важливо звертати увагу учнів на приклади реального застосування математичних понять, демонструючи, як знання теорії чисел використовується для створення алгоритмів шифрування, перевірки даних і оптимізації програмних рішень. Такий підхід підвищує мотивацію до навчання, розширює світогляд і допомагає учням краще зрозуміти значущість математики в сучасному технологічному середовищі.

Висновки

Інтеграція елементів теорії чисел у шкільний курс математики є важливим кроком у напрямку підвищення якості математичної освіти. Систематичне вивчення основних понять цієї дисципліни сприяє розвитку логічного мислення, дослідницьких навичок, поглибленню розуміння фундаментальних математичних концепцій та підготовці учнів до подальшого вивчення математики. Використання різноманітних методичних підходів та цікавих завдань допоможе зробити процес навчання захопливим та ефективним. Впровадження елементів теорії чисел не лише розширить математичні знання учнів, але й навчить їх мислити критично та творчо.

Література

1. Мазур О., Ніколаєва О. Елементи теорії чисел у курсі шкільної математики. *Математика в рідній школі*. Вип. 6. С. 30–33.
2. Віноградов І.М. Основи теорії чисел. К.: Радянська школа, 1952. 159 с.
3. Драганюк, С. В., & Мігуш, О. Д. Вивчення елементів теорії чисел у курсах поглибленого вивчення математики в закладах загальної середньої освіти. *In The 11 th International scientific and practical conference "European congress of scientific achievements" (November 4-6, 2024)* Barca Academy Publishing, Barcelona, Spain. 2024. 547 p. (p. 224).
4. Подільність чисел і її застосування в шкільному курсі математики / Г. Дейниченко та ін. *Матеріали XXI Всеукраїнської науково-методичної конференції здобувачів вищої освіти та молодих вчених «Наумовські читання», присвяченої 100-річчю до дня народження Івана Олександровича Наумова*, Харків, 2024, 23-24 листопада 2024.
5. Ковальова К.Д., Турка Т.В. Використання дидактичних ігор та ігрових елементів на уроках математики в 5 класі. Збірник наукових праць фізико-математичного факультету ДДПУ. – Слов'янськ: ДДПУ, 2021. – № 11 – 127-134 с. <https://doi.org/10.31865/2413-26672415-3079112021234849>

Yuliia M. Popova, Tatiana V. Turka

Donbas State Pedagogical University, Sloviansk, Ukraine

ELEMENTS OF NUMBER THEORY IN THE SCHOOL COURSE OF MATHEMATICS

The article examines the main elements of number theory, which are included in the school mathematics course. Their role in the formation of students' logical thinking, the development of mathematical analysis and reasoning skills is shown. Special attention is paid to didactic approaches to the study of natural numbers, prime numbers, divisors, multiples, NSD and NSC, as well as remainders and division with remainders.

Keywords: *number theory, NSD, NSC, divisors, prime numbers, teaching methodology, division with remainder, remainder.*